

**Examen Parcial Introducción a los Algoritmos - 9 de Junio de 2014**  
Comisiones Mañana

nota
------

Puntajes				
1	2	3	4	5

Cantidad de hojas entregadas:

Poner Apellido y Nombre y Numerar cada hoja.

1. Demostrar que las siguientes fórmulas son teoremas del Cálculo Proposicional. En cada paso de la demostración indique que axioma o teorema se utiliza, y subraye la subfórmula involucrada. Se pueden utilizar, sin demostrar, los axiomas y teoremas dados en el Digesto Proposicional.

a) [15 pts]  $p \wedge (q \equiv r) \equiv p \wedge q \equiv p \wedge r \equiv p$

b) [15 pts]  $((p \Rightarrow q \wedge r) \Rightarrow \neg r) \Rightarrow \neg p$

2. [10 pts] Formalizar el siguiente razonamiento escrito en lenguaje natural, en el lenguaje de la lógica proposicional:

Los cronopios son verdes y no son estirados. Los famas son estirados. Por lo tanto, los famas no son cronopios.

$(p \Rightarrow q \wedge \neg r) \Rightarrow p \equiv q \wedge \neg r \Rightarrow h \neq p \quad h \equiv \neg$   
 $p = \text{cronopio} \quad q = \text{verdes} \quad r = \text{estirados} \quad h = \text{famas}$

3. [10 pts] Formalizar una de las siguientes propiedades escritas en lenguaje natural, en el lenguaje de la lógica de predicados:

- "Ningún elemento de la lista  $xs$  está en entre 0 y 5".

Ejemplos: Las listas  $[10, -5, 23]$  y  $[70, 88]$  satisfacen la propiedad. Las listas  $[1, 2, 8, 16]$ ,  $[4]$  no la satisfacen.

- "La lista  $xs$  tiene dos elementos iguales".

Ejemplos: Las listas  $[1, 3, 1, 5]$  y  $[7, 7, 7]$  satisfacen la propiedad. Las listas  $[1, 2, 8, 16]$ ,  $[4]$  no la satisfacen.

4. Construcción de modelos

a) [10 pts] Construir un modelo en el que se satisfagan todas siguientes sentencias:

- $\langle \forall x : Grande.x : Rojo.x \Rightarrow Triangulo.x \rangle$ .
- $\langle \exists x : Cuadrado.x \vee Rojo.x \rangle$ .
- $\langle \forall x : \neg Rojo.x : Verde.x \wedge \neg Grande.x \rangle$ .

b) [10 pts] Construir un modelo que además satisfaga la siguiente propiedad (es, decir, las cuatro fórmulas mencionadas en este ejercicio deben ser verdaderas en el modelo final).

- $\langle \forall x : \langle \exists y : Grande.x \neq Grande.y \rangle \rangle$ .

Para evitar confusiones, dar en cada caso, un dibujo del modelo, nombrando todos los elementos, y luego indicar, para cada elemento qué propiedades (forma, color, tamaño) tiene cada uno.

5. [20 pts] Demostrar que las siguientes fórmulas son teoremas del Cálculo de Predicados. En cada paso de la demostración indique que axioma o teorema se utiliza, y subraye la subfórmula involucrada. Se pueden utilizar, sin demostrar, los axiomas y teoremas dados en el Digesto Proposicional.

a) [15 pts] En esta demostración se pueden utilizar sólo los axiomas del Cálculo de Predicados.  
 $\langle \exists x : R.x : T.x \wedge Z \rangle \equiv \langle \exists x : R.x : T.x \rangle \wedge Z$   
 si  $x$  no está libre en  $Z$ .

b) [15 pts] En esta demostración se pueden utilizar, sin demostrar, los axiomas y teoremas dados en el Digesto para el Calculo de Predicados.

$\langle \forall x : Rojo.x : Cuadrado.x \rangle \wedge \langle \exists y : Rojo.y : Grande.y \rangle \Rightarrow \langle \exists y : Cuadrado.y : Grande.y \rangle$